

با روش های عد بالا و عد پایین، نمودار نقاط پراکنده در فصول قبل آشنا شدیم. در این بخش با سایر روش های برآورد اقلام بهای تمام شده آشنا می شویم. در اینجا ابتدا فرمول های اولیه در آمار توصیفی را مرور نموده و سپس روش رگرسیون و تجزیه و تحلیل روند را مورد بررسی قرار می دهیم.

معیار های تمایل به مرکزیت:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{میانگین:}$$

میانگین: معرف مقدار میانی یک مجموعه ارقام است.

نما: معرف مقداری است که به دفعات بیشتر در مجموعه ارقام تکرار می شود.

معیارهای پراکندگی:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \text{واریانس (پراش):}$$

انحراف استاندارد: برابر است با جذر واریانس

تجزیه و تحلیل رگرسیون و همبستگی :

جهت تجزیه و تحلیل رگرسیون روش هایی مانند **ols** و **mle** وجود دارند. روش **ols** تنها برای توزیعات نرمال به کار برده می شود. اما برای توزیعات ناپارامتریک باید از روش **mle** استفاده نمود. در اینجا تنها به بررسی روش **ols** می پردازیم.

ما کار را ابتدا با معادله زیر شروع می نماییم. در این معادله ما به دنبال تخمین زدن مقدمات معادله هستیم.

$$y_c = a + bx + e$$

به همین منظور برای برآورد پارامتر عرض از مبدا (**a**) و شیب خط (**b**) از فرمول های زیر استفاده می نماییم.

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

ضریب همبستگی :

برای مناسبه ضریب همبستگی بین متغیرهای X و Y از فرمول زیر استفاده می شود:

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} * \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

ضریب تعیین (r^2):

میزور ضریب همبستگی را ضریب تعیین می نامند. ضریب تعیین مشخص می نماید که چه میزان از متغیر وابسته توسط متغیر مستقل تبیین می گردد.

با توجه به مثال زیر که می خواهد تاثیر ضریب قیمت به سود هر سهم را بر شاخص قیمت در صنعت بسنجد، کاربرد فرمول های فوق را متوجه می شویم.

نام صنعت	$\frac{p}{e}$	شاخص قیمت در ۱۱۲/۲۹ ۱۹	xy	x^2	y^2	y_c	e_t	e_t^2	\hat{y}	\hat{x}
فلزات اساسی	۱۰,۷۱	۱۲۹۲۱,۵	۱۳۸۳۸۹,۲	۱۱۴,۷	۱۶۶۹۶۵۱۶۲,۳	۱۲,۴۳	۸۷۸,۵	۷۷۱۷۶۲,۲۵	۷۸۵۶۲۱۶,۵۶	۱۲,۳۲
خودرو	۶,۳۱	۸۳۰۹,۳	۵۲۴۳۱,۶۱	۳۹,۸۲	۶۹۰۴۴۴۶۶,۵	۲۰,۳۳,۲	۶۲۷,۶	۳۹۳۸۱۵۵۲,۶	۱۸۰۷۳۸۱۰۶,۷	۰,۷۹
سیمان	۵,۹	۱۹۶	۱۱۵۶,۴	۳۴,۸۱	۳۸۴۱۶	۱۱۰,۵۵	-	۹۰۴,۵۵	۱۴۹۱۴۸۱۲,۲۸	۱,۶۹
معمولا ت شیمیایی	۷,۲	۹۴۹,۶	۶۱۹۴,۱	۵۲,۷۱	۹۰۱۷۴۰,۱۶	۴۱۹۴,۴۶	-	۳۲۴۴,۸	۱۰۵۲۹۱۱۶,۴	۰,۰۳
معمولا ت دارویی	۶,۹	۱۳۰۴,۱	۹۰۳۷,۴۱	۴۸,۰۲	۱۷۰۰۶۷۶,۱	۳۴۴۳,۷	-	۲۱۳۹,۶	۷۵۸۳۷۹۹,۹۱	۰,۰۷
غذایی بجز قند	۶,۸	۶۶۷,۳	۴۰۵۷,۱۸	۳۶,۹۷	۴۴۵۲۸۹,۳	۱۵۱۰,۰۳	-	۱۴۲,۷۳	۱۱۴۹۶۶۴۳,۰	۱,۲۵
جمع	۴۳,۱	۲۴۳۴۷,۸	۲۱۱۹۶۶,۰۳	۳۲۷,۰	۲۳۹۰۹۵۷۵۱,۱				۵۶۷۹۵۸۵۲,۳	۱۶,۱۲

$$e_t = y_i - y_c$$

$$\hat{y} = (y_i - \bar{y})^2$$

$$\hat{x} = (x_i - \bar{x})^2$$

با توجه به اطلاعات برست آمده از جدول و با استفاده از فرمولهای ذکر شده، می توانیم به مناسبه پارامترهای معادله و ضریب همبستگی و ضریب تعیین نایل گردیم.

$$b = \frac{\sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{6(211966.03) - (430.19)(243447.8)}{6(327.03) - 1165.38} = 2274.94$$

$$a = 4057.97 - (2274.94)(7.20) = -12321.6$$

$$r = \frac{220214.7}{(9.84)(29033.08)} = 0.77$$

$$r^2 = 0.59$$

حال معادله ما به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$y_c = -12321.6 + 2274.94 x$$

آزمون برآورد پارامترها:

برای آنکه بینیم تک تک پارامترهای برآوردی معنادار می باشند یا غیر از آزمون t استفاده می شود. برای آزمون t از فرمول های زیر استفاده می نماییم (k تعداد پارامترهای مدل رگرسیونی می باشد که در اینجا دو است):

$$SE_{\alpha} = \sqrt{\frac{\delta_u^2 \sum x_i^2}{n \sum (x_i - \bar{x})^2}} = 7927.39$$

$$\delta_u^2 = \frac{\sum (y_i - y_c)^2}{n - k} = 14191963.01$$

$$t_{\alpha} = \frac{\alpha_c - \alpha}{SE_{\alpha}} = -1.78$$

برای پارامتر b نیز مراحل بالا را تکرار می کنیم. حال اگر بفوایم معناداری کل مدل رگرسیونی را بررسی نماییم از آزمون فیشر (F) استفاده می گردد:

$$F_{k-1, n-k} = \frac{\sum (y_c - \bar{y})^2}{k - 1} / \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n - k} = 0.76$$

منحنی یادگیری:

در مورد اقلامی از بهای تمام شده بکار برده می شود که با پیشرفت آموزش کارگران کاهش یابد.

معادله منحنی یادگیری:

$$y = ax^b$$

در معادله بالا:

Y ، معرف ساعت کار یا دستمزد متوسط تولید (یک واحد از محصول) است.

A ، نشان دهنده ساعات کار یا دستمزد اولین واحد تولید می باشد.

X ، معرف تعداد کل تولید می باشد.

B ، نشان دهنده اثر یادگیری است که مساوی لگاریتم نسبت یادگیری تقسیم بر لگاریتم دو می باشد.

نسبت یادگیری معمولا با درصد بیان می شود که با اثر یادگیری رابطه معکوس دارد.

بهتر است از طرفین معادله منحنی یادگیری لگاریتم طبیعی گرفته شود. معادله به شکل زیر نوشته می شود:

$$\ln y = \ln a + b \ln x$$

مثال) فرض کنیم کارخانه ای در هر سه ماه ۵۰۰ قایق می سازد. بنابراین جمع قایق های ساخته شده توسط این کارخانه بعد از یک و نیم سال به ۳۰۰۰ قایق خواهد رسید. حال ما می خواهیم با استفاده از معادله منحنی یادگیری دستمزد مستقیم متوسط برای تولید این تعداد محصول را بدست آوریم.

ابتدا **X** را به این صورت مناسبه می گرد که تعداد تولید کل به تعداد تولید اولیه (۵۰۰ قایق) تقسیم می گردد.

$$x = \frac{3000}{500} = 6$$

A نشان دهنده دستمزد مستقیم برای اولین واحد تولیدی می باشد که در این مثال برابر ۲۴۰۰۰ ریال است.

نسبت یادگیری در اینجا ۹۰ درصد در نظر گرفته می شود. بنابراین **b** که بیانگر اثر یادگیری می باشد برابر است با:

$$b = \ln(0.90) / \ln(2) = -0.1520$$

حال به مناسبه **y** می پردازیم:

$$\ln y = \ln a + b \ln x$$

$$Ln_y = Ln(۲۴۰۰۰) + (-۰.۱۵۲۰)Ln(۶) = ۵.۲۰۸۲۹۱۵$$

$$Y = ۱۸۲۷۸$$

بنابراین دستمزد متوسط تولید ۳۰۰۰ خایق مساوی ۱۸۲۷۸ ریال و جمع دستمزد بالغ بر ۵۳۸۳۴۰۰۰ (۱۸۲۷۸×۳۰۰۰) خواهد شد.